

Co-Integration

بسیاری از متغیرهای اقتصاد کلان، نظیر تولید ناخالص ملی، مخارج مصرفی بخش خصوصی سرمایه‌گذاری و صادرات و واردات، در طول زمان در حال افزایش‌اند. متغیرهایی که در طول زمان از یک فرایند افزایشی تبعیت می‌کنند، به‌گونه‌ای که میانگین واریانس و کوواریانس آن‌ها در طول زمان ثابت نیست، متغیرهای ناپایا هستند. وقتی براساس مبانی نظری رابطه‌ای بین متغیرهای ناپایا تصریح و برآورد می‌شود، به‌دلیل تورشی که به‌لحاظ ناپایایی متغیرها در انحراف معیار ضرایب برآوردشده به‌وجود می‌آید، استفاده از ضوابط آماری متعارف برای قضاوت در مورد وجود یک رابطه علت و معلولی بین متغیرهای الگو نامطمئن است. به‌عبارت دیگر، این امکان وجود دارد که رگرسیون برآوردشده به‌گفته‌گرینجر و نیولد^۱ (۱۹۷۴) یک رگرسیون کاذب باشد. انجام رگرسیون براساس متغیری که دارای روند زمانی است بر روی متغیر دیگری از همان نوع، معمولاً به R^2 بالا و آماره‌های F و t معنی‌داری منجر می‌شود. دلیل این امر آن است که رگرسیون انجام‌شده با در نظر گرفتن اثرات متقابل روند زمانی قطعی در هر دو متغیر، آن را به رابطه بین متغیرهای مورد نظر نسبت می‌دهد.

روش سنتی برای اجتناب از رسیدن به ارتباطی کاذب بین متغیرهای سری زمانی، آن است که یک متغیر روند زمانی T را در بین متغیرهای مستقل الگو لحاظ می‌کنند. اضافه کردن این متغیر در معادله رگرسیون اثر روندزدایی دارد و موجب حذف تأثیر روند از متغیرهای الگو می‌شود. در نتیجه، ضرایب برآوردشده الگو اثر خالص متغیرها را بر یکدیگر نشان می‌دهند.

استفاده از روند زمانی T در بین متغیرهای الگو به‌منظور روندزدایی وقتی می‌تواند صحیح باشد که روند زمانی موجود در متغیرها از نوع روند قطعی باشد و نه تصادفی.

وقتی متغیرهای الگو روند-پایا نبوده و از روند تصادفی برخوردار باشند، اضافه کردن روند زمانی T به متغیرها یا به‌عبارت دیگر کم کردن روند قطعی از متغیرها موجب پایایی این متغیرها نخواهد شد. بنابراین، اگر متغیرهای الگو ناپایا بوده و دارای روند تصادفی باشند، تنها راه تأمین پیش‌فرض روش OLS آن است که با تفاضل‌گیری‌های مکرر به یک سری زمانی پایا دست یافت و از آن در تصریح و برآورد ضرایب الگو استفاده کرد.

اکنون این سؤال پیش می‌آید که وقتی برای تأمین پایایی و رفع مشکلی که در استفاده از روش اقتصادسنجی بروز می‌کند، از تفاضل مرتبه اول یا بیشتر متغیرها استفاده شود، آیا مشکل خاص دیگری به‌وجود نخواهد آمد؟ در پاسخ باید گفت در چنین صورتی اطلاعات ارزشمند حاصل از به‌کارگیری سطح متغیرها از دست خواهد رفت. مهم‌تر اینکه ممکن است حتی مبانی نظری اقتصادی رابطه تصریح‌شده از دست برود و آن‌چنان تصریحی توجیه خاصی نداشته باشد. در چنین مواردی است که احساس می‌شود کاش می‌شد باوجود ناپایا بودن متغیرها، رابطه رگرسیونی را در سطح متغیرها برآورد کرد و به‌گونه‌ای به این اطمینان رسید که رگرسیون برآوردشده کاذب نیست. اینجاست که هم‌جمعی به کمک می‌آید تا بتوان رگرسیونی را با استفاده از متغیرهای ناپایا در سطح برآورد کرد و سپس از کاذب نبودن این رگرسیون اطمینان حاصل کرد.

مفهوم اقتصادی هم‌جمعی (Economic Meaning) (Of Co-Integration)

مقوله هم‌جمعی را اولین بار گرینجر^۲ (۱۹۸۱) معرفی کرد. سپس انگل و گرینجر^۳ (۱۹۸۷) و متعاقباً افراد دیگری همچون انگل و یو^۴ (۱۹۸۷)، استاک و واتسون^۵ (۱۹۸۸)،

² Granger

³ Engle and Granger

⁴ Engle and Yoo

⁵ Stok and Watson

¹Granger and Newbold

فاصله نگیرد. به عبارت دیگر، ویژگی یک فرایند نوفه سفید را داشته باشد. در این صورت در اصطلاح می‌گویند که دو متغیر X و Y هم‌جمع‌اند و در نتیجه یک رابطه تعادلی بلندمدت بین آن‌ها برقرار است. در چنین شرایطی وجود هم‌جمعی که یک مفهوم آماری است، به معنی وجود یک رابطه تعادلی بلندمدت است.

مفهوم آماری هم‌جمعی (Statistical Meaning) (Of Co-Integration)

برای روشن شدن مفهوم آماری واژه هم‌جمعی، ابتدا لازم است که مفهوم واژه "جمعی"^۹ را بیان کنیم. برای این منظور، متغیر ناپایای y_t را که دارای روند تصادفی است و از فرایند گام تصادفی $y_t = y_{t-1} + u_t$ تبعیت می‌کند در نظر بگیرید. فرض کنید مقدار y در زمان صفر برابر صفر باشد ($y_0 = 0$)، آن‌گاه اگر فرایند فوق را از زمان یک دنبال کنیم خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} y_1 &= u_1 \\ y_2 &= y_1 + u_2 = u_1 + u_2 \\ y_3 &= y_2 + u_3 = u_1 + u_2 + u_3 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$y_t = y_{t-1} + u_t = \sum_{i=1}^t u_i \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

y_t از آن جهت جمعی است که تمامی اثرات گذشته، یعنی u_i ها را در خود به صورت جبری جمع کرده است و به این دلیل ناپایا است که مسیر آینده آن متأثر از حاصل جمع آثار گذشته است که روندی کاملاً تصادفی را دیکته می‌کند. به عبارت دیگر، حاصل جمع جبری مقادیر تصادفی u_i تا هر

فیلیپس و اولیاریس^۶ (۱۹۹۰)، فیلیپس^۷ (۱۹۹۱) و جوهانسون^۸ (۱۹۹۴ و ۱۹۹۱ و ۱۹۸۸) آن را با شرح بیشتری ارائه کردند. هم‌جمعی در مفهوم اقتصادی مبین این مسئله است که اگر تعدادی از متغیرهای اقتصادی براساس مبانی نظری با هم مرتبط هستند، هرچند ممکن است در کوتاه‌مدت بر اثر تکانه‌هایی از هم فاصله بگیرند ولی در بلندمدت نباید چنین فاصله‌ای وجود داشته باشد. معمولاً نظریه‌های اقتصادی ناظر به رابطه بین متغیرها تحت شرایط تعادلی پایدار بلندمدت هستند. بنابراین، اگر نظریه اقتصادی، رابطه‌ای را بین دو متغیر X و Y به صورت $y = \beta x$ تعریف می‌کند، به این مفهوم است که این دو متغیر در شرایط تعادلی پایدار بلندمدت دارای رابطه زیر هستند:

$$Y^* = \beta X^*$$

در این رابطه، X^* و Y^* نشان‌دهنده مقادیر تعادلی بلندمدت X و Y هستند. بنابراین در شرایط تعادلی پایدار بلندمدت انتظار داریم که رابطه زیر صادق باشد.

$$Y^* - \beta X^* = 0$$

اما در کوتاه‌مدت، به دلیل اثر تکانه‌های مختلف بر متغیرها، ممکن است X و Y از مقادیر تعادلی خود فاصله بگیرند و برابری فوق در هر مقطع زمانی حاصل نشود. در نتیجه انحرافی از تعادل پایدار بلندمدت به اندازه u_t به صورت زیر وجود داشته باشد که به مفهوم خطای عدم تعادل تلقی می‌شود.

$$Y_t - \beta X_t = u_t.$$

حال اگر قرار باشد مفهوم تعادل در رابطه با دو متغیر X و Y معنایی داشته باشد، انتظار می‌رود u_t در حول و حوش میانگین صفر نوسان کند و در طول زمان از این میانگین

⁶ Phillips and Ourliaris

⁷ Phillips

⁸ Johansson

d مثلاً $I(d-b)$ باشد ($b > 0$)، آنگاه بر طبق تعریف انگل و گرینجر (۱۹۸۷) x_t و y_t هم‌جمع هستند. بنابراین، دو سری زمانی x_t و y_t وقتی هم‌جمع‌اند که:

۱- مرتبه جمعی هر دو همانند و برابر $I(d)$ باشد.

۲- یک ترکیب خطی از آنها وجود داشته باشد که جمعی از مرتبه $d-b$ یعنی $I(d-b)$ باشد ($b > 0$).

این تعریف، براساس آنچه انگل و گرینجر (۱۹۸۷) بیان می‌کنند، به بیش از دو متغیر سری زمانی نیز قابل تعمیم است.

توجه داشته باشید که هم‌جمعی یک مفهوم آماری است. زمانی مفهوم هم‌جمعی به معنی وجود یک رابطه تعادلی بلندمدت بین چند متغیر اقتصادی تلقی می‌شود که ترکیب خطی آن متغیرها جمعی از مرتبه صفر یعنی $I(0)$ باشد. ولی در مفهوم آماری، هر کاهشی در مرتبه جمع ترکیب خطی بین متغیرها از مرتبه d به $d-b$ برای ($b > 0$) کافی است که آن متغیرها را هم‌جمع دانست.

به‌دست‌نیاوردن یک رابطه هم‌جمعی به مفهوم اقتصادی در بین متغیرهای گفته‌شده به‌وسیله یک نظریه اقتصادی، دلایل متعددی می‌تواند داشته باشد که مهم‌ترین آن‌ها به شرح زیر است:

۱- ناکافی بودن آمار مورد استفاده از جنبه طول زمانی و تعدد مشاهدات به‌گونه‌ای که نتواند مبین یک دوره زمانی بلندمدت باشد و از تورش مربوط به نمونه‌های کوچک اجتناب شود.

۲- استفاده از آمارهای نادقیق و جانشین برای متغیرهای مورد نظر نظریه اقتصادی.

۳- تصریح ناکامل الگو از جنبه متغیرهای توضیح‌دهنده با توجه به مبانی نظری مربوطه.

۴- تصریح نادرست شکل ریاضی رابطه بین متغیرهای الگو.

۵- نامناسب بودن روش اقتصادسنجی مورد استفاده در برآورد ضرایب الگو.

مقطع زمانی t تعیین‌کننده جهت حرکت متغیر y_t در طول زمان است.

سری‌های زمانی جمعی را می‌توان با تفاضل‌گیری به سری‌های زمانی پایا تبدیل کرد. اگر پایا شدن یک سری زمانی نیاز به d بار تفاضل‌گیری داشته باشد، دارای d ریشه واحد است و گفته می‌شود که جمعی از مرتبه d یعنی $I(d)$ است. یک فرایند پایا را برحسب تعریف جمعی از مرتبه صفر می‌نامند و آن را به‌صورت $I(0)$ نمایش می‌دهند.

اکنون فرض کنید بین دو متغیر x و y که هر دو ناپایا و جمعی از مرتبه یک یعنی $I(1)$ هستند، رابطه زیر برقرار باشد:

$$y_t = \beta x_t + u_t$$

اگر این رابطه را براساس جمله اخلاص بنویسیم خواهیم داشت:

$$u_t = y_t - \beta x_t$$

همان‌گونه که می‌بینید، جمله اخلاص یک ترکیب خطی از دو متغیر x_t و y_t است. اما از آنجاکه هر دو متغیر x_t و y_t ناپایا و جمعی از مرتبه یک یا $I(1)$ هستند، انتظار می‌رود که u_t هم $I(1)$ باشد. زیرا، به‌طور معمول یک ترکیب خطی از متغیرهای ناپایا باز هم ناپایا است. اکنون اگر روند تصادفی موجود در دو متغیر سری زمانی x_t و y_t کاملاً مشابه باشند، این روند تصادفی مشترک از آن‌ها حذف خواهند شد و سبب می‌شود تا u_t پایا شود.

حال به‌منظور ارائه یک تعریف رسمی از هم‌جمعی، براساس آنچه انگل و گرینجر (۱۹۸۷) بیان کرده‌اند، دو متغیر سری زمانی x_t و y_t را در نظر بگیرید که هر دو جمعی از مرتبه d یا $I(d)$ هستند. به‌طور معمول هر ترکیب خطی از x_t و y_t نیز $I(d)$ است. اما اگر ضرایب ثابتی چون α و β به‌گونه‌ای وجود داشته باشند که جمله اخلاص رگرسیون مربوط به x_t و y_t یعنی $u_t = y_t - \alpha - \beta x_t$ دارای مرتبه جمعی کمتر از

۶- نادرست بودن نظریه اقتصادی مطرح‌شده به شهادت واقعیات عینی تبلور یافته در داده‌های آماری.

کتاب‌شناسی

- Engle, Robert F. and Clive W. J. Granger (1987), "Cointegration and error correction: Representation, estimation and testing", *Econometrica*, 55(2).
- Engle, R. F. and B. S. Yoo (1991), "Cointegrated economic time series: A survey with new results", In: *Granger CWJ, Engle RF (eds) Long-run economic relations, Readings in cointegration*, Oxford University Press, Oxford.
- Granger, Clive (1981), "Some Properties of Time Series Data and Their Use in Econometric Model Specification", *Journal of Econometrics*, 16 (1).
- Granger, C.W.J. and P.E. Newbold (1974), "Spurious Regression in Econometrics", *Journal of Econometrics*, 2.
- Johansen, S. (1988), "Statistical analysis of cointegration vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12.
- Johansen, S. (1991), "Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models", *Econometrica*, 59.
- Phillips, P. C. B., (1991), "Optimal inference in cointegrated systems", *Econometrica*, 59.
- Phillips, P. C. B. and S. Ouliaris (1990), "Asymptotic Properties of Residual Based Tests for Cointegration", *Econometrica*, 58 (1).
- Stock, J. H., and M. W. Watson (1988), "Testing for Common Trends", *Journal of the American Statistical Association*, 83.

محمد نوفرستی

دانشکده اقتصاد دانشگاه شهید بهشتی