

پیش‌بینی براساس میانگین

Average Forecasting

داده‌های تاریخی گذشته را می‌توان به روش‌های زیادی هموار کرد. در این بخش به دو روش از این مجموعه اشاره خواهد شد: ۱- میانگین ساده ۲- میانگین متحرک ساده. در هر دو روش فوق هدف استفاده از داده‌های گذشته برای پیش‌بینی دوره‌های آینده است.

الف. روش میانگین ساده:

روش میانگین ساده برای پیش‌بینی مقادیر آتی یک متغیر از میانگین کل داده‌های مشاهده‌شده گذشته استفاده می‌شود. در این روش کمیت پیش‌بینی شده متغیری نظیر Y_t برای یک دوره آینده، یعنی زمان $t + 1$ ، عبارت خواهد بود از:

$$F_{t+1} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t Y_i \quad (1)$$

که در رابطه ۱ مقدار F_{t+1} نشان‌دهنده پیش‌بینی متغیر Y_t در دوره $t + 1$ است. زمانی که مشاهده جدید Y_{t+1} به دست می‌آید، پیش‌بینی برای دوره $t + 2$ (یعنی F_{t+2}) از میانگین جدیدی حاصل می‌شود که شامل داده‌های مشاهده‌شده قبلی افزون بر داده محاسبه‌شده جدید Y_{t+1} است. به عبارت دیگر، معادله ۱ به معادله ۲ تغییر خواهد یافت (ماکریداکیس و همکاران، ۱۹۹۸؛ هیندمن و آثاناسوپولوس، ۲۰۸: ۲۴۰).

$$F_{t+2} = \frac{1}{t+1} \sum_{i=1}^{t+1} Y_i \quad (2)$$

استفاده از این روش هنگامی مناسب است که فرایند سری زمانی Y اول اینکه روندی نداشته باشد و دوم اینکه از نوسانات فصلی هم برخوردار نباشد. در این صورت، پیش‌بینی با میانگین ساده نتایج مطلوبی را نشان خواهد داد.

ویژگی مطلوب این روش در آن است که برای پیش‌بینی کمیت Y_t در هر دوره تنها اطلاع از میانگین تا آن زمان t کافی است و نیازی به ذخیره‌سازی همه داده‌های تاریخی در هر دوره زمانی نیست. برای مشاهده این ویژگی می‌توان معادله ۲ را به صورت زیر نوشت:

$$F_{t+2} = \frac{tF_{t+1} + Y_{t+1}}{t+1} \quad (3)$$

بنابراین، در انجام پیش‌بینی برای هر دوره آتی F_{t+2} تنها نیاز به در اختیار داشتن جدیدترین پیش‌بینی F_{t+1} و جدیدترین مقدار Y_{t+1} خواهد بود (ماکریداکیس و همکاران، ۱۹۹۸).

ب. میانگین متحرک ساده:

یک راه برای استفاده از داده‌های گذشته برای تعیین میانگین به‌عنوان پیش‌بینی برای آینده، آن است که در ابتدا مشخص شود چه تعداد مشاهده گذشته باید در تعیین میانگین محاسبه شود. اصطلاح «میانگین متحرک» برای توصیف این فرایند استفاده می‌شود زیرا با در اختیار گرفتن هر مشاهده جدید می‌توان میانگین جدیدی با حذف قدیمی‌ترین مشاهده و اضافه کردن جدیدترین مشاهده محاسبه و از آن به‌عنوان پیش‌بینی دوره بعد استفاده کرد. توجه به این نکته لازم است که در این روش برای محاسبه میانگین در هر دوره تعداد مشاهدات ثابت باقی خواهد ماند. با توجه به توصیف فوق، پیش‌بینی میانگین متحرک از مرتبه k یا $MA(k)$ به صورت زیر خواهد بود (ماکریداکیس و همکاران، ۱۹۹۸: ۱۴۳؛ ایوانز، ۲۰۰۳: ۱۹۸).

$$F_{t+1} = \frac{1}{k} \sum_{i=t-k+1}^t Y_i \quad (3)$$

در مقایسه با میانگین ساده (یعنی استفاده از همه داده‌های گذشته برای محاسبه میانگین)، میانگین متحرک ساده از مرتبه k خصوصیات متفاوتی را خواهد داشت: در اینجا

¹ The Mean

² Simple Moving Averages

³ Simple Averages

⁴ Makridakis

⁵ Hyndman and Athanasopoulos

برای پیش‌بینی تنها با k مشاهده انتهایی از داده‌ها سروکار خواهیم داشت. افزون‌براین، با تغییر زمان تعداد داده‌ها در محاسبه میانگین و پیش‌بینی کمیت Y_t تغییری نخواهد کرد. این روش درعین حال معایبی نیز دارد. در این روش برای انجام هر پیش‌بینی برعکس روش میانگین ساده که تنها به آخرین مشاهده و آخرین پیش‌بینی برای انجام پیش‌بینی جدید نیاز بود، در روش میانگین متحرک به ذخیره‌سازی تعداد داده‌های بیشتری نیاز است، چون برای پیش‌بینی باید تمام k مشاهده انتهایی وجود داشته باشد. همچنین این روش به‌هنگام وجود روند زمانی و نوسانات فصلی همچنان مناسب نیست، هرچند در این مورد از روش میانگین کل داده‌ها بهتر عمل می‌کند (ماکریداکیس و همکاران، ۱۹۹۸: ۱۴۳).

برای مقایسه این دو روش در پیش‌بینی به جدول و نمودار (۱) توجه کنید. در این جدول مشاهدات مربوط به یازده ماه مقدار تولید بنگاهی درج شده است. با استفاده از روش میانگین ساده و میانگین متحرک سه‌ماهه و پنج‌ماهه پیش‌بینی برای هر دوره انجام شده است.

جدول (۱): مقایسه نتایج پیش‌بینی براساس میانگین با روش میانگین ساده و میانگین متحرک

دوره زمانی (ماه)	روش‌های پیش‌بینی براساس میانگین			داده مشاهده شده واقعی
	میانگین کل	MA(5)	MA(3)	
۱	-	-	-	۲۰۰
۲	۲۰۰	-	-	۱۳۵
۳	۱۶۷/۵	-	-	۱۹۵
۴	۱۷۶/۷	-	۱۷۶/۷	۱۹۷
۵	۱۸۱/۸	-	۱۷۵/۸	۳۱۰
۶	۲۰۷/۴	۲۰۷/۵	۲۳۴/۲	۱۷۵
۷	۲۰۲	۲۰۲/۵	۲۲۷/۵	۱۵۵
۸	۱۹۵/۳	۲۰۶/۵	۲۱۳/۳	۱۳۰
۹	۱۸۷/۱	۱۹۳/۵	۱۵۳/۳	۲۲۰
۱۰	۱۹۰/۸	۱۹۸	۱۶۸/۳	۲۷۷/۵
۱۱	۱۹۹/۵	۱۹۱/۴	۲۰۹/۲	۲۳۵
۱۲	۲۰۲/۷	۲۰۳/۵	۲۴۴/۲	-

با توجه به نمودار می‌توان مشاهده کرد که استفاده از تعداد داده‌های بیشتر برای محاسبه میانگین سبب خواهد شد تا پیش‌بینی هموارتر شود. از نظر جبری میانگین متحرک را می‌توان بدین صورت نوشت:

$$F_{t+1} = \frac{Y_t + Y_{t-1} + \dots + Y_{t-k+1}}{k} \quad (۴)$$

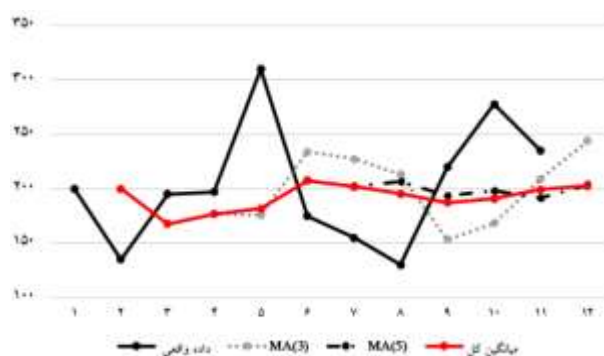
و برای دوره F_{t+2} خواهیم داشت:

$$F_{t+2} = \frac{Y_{t+1} + Y_t + \dots + Y_{t-k+2}}{k} \quad (۵)$$

مقایسه معادلات ۴ و ۵ نشان از آن دارد که برای محاسبه F_{t+2} نیاز است تا داده Y_{t-k+1} از محاسبات حذف و به جای آن داده Y_{t+1} اضافه شود. افزون‌براین F_{t+2} می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F_{t+2} = F_{t+1} + \left(\frac{Y_{t+1} - Y_{t-k+1}}{k} \right) \quad (۶)$$

برای پیش‌بینی میانگین متحرک مرتبه سوم از میانگین داده‌های سه دوره قبل و در میانگین متحرک مرتبه پنجم از میانگین داده‌های پنج دوره گذشته برای پیش‌بینی هر دوره استفاده می‌شود. افزون‌براین، در روش میانگین ساده نیز از میانگین داده‌های تمام دوره‌های قبلی مشاهده‌شده برای انجام پیش‌بینی آتی استفاده شده است. جدول (۱) و شکل (۱) نشان‌دهنده پیش‌بینی هر دوره با روش‌های فوق است.



نمودار (۱): مقایسه روش‌های پیش‌بینی میانگین

با توجه به معادله ۶ مشخص است که F_{t+2} برابر با F_{t+1} افزون بر یک مقدار اصلاحی در هر دوره خواهد بود. بدیهی است با افزایش مقدار k میزان اصلاح در هر دوره کوچک‌تر خواهد شده و مقادیر F_{t+1} و F_{t+2} به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند (ماکریداکیس و همکاران، ۱۹۹۸: ۱۴۶).

کتاب‌شناسی:

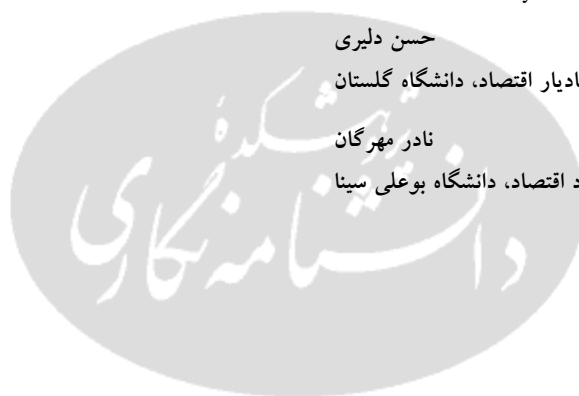
- Evans. M. K. (2003). *Practical Business Forecasting*, Blackwell Publishers Ltd.
- Hyndman, R. and G. Athanasopoulos (2018). *Forecasting: principles and practice*, OTexts.
- Makridakis, S., Wheelwright, S. C., & Hyndman, R. J. (1998). *Forecasting: Methods and applications*, 3rd ed., New York: John Wiley & Sons, Inc.

حسن دلیری

استادیار اقتصاد، دانشگاه گلستان

نادر مهرگان

استاد اقتصاد، دانشگاه بوعلی سینا



دانشگاه اقتصاد