علیت گرینجری

Granger Causality

وجود رابطه علیت بین دو متغیر سری زمانی این امکان را فراهم می‌آورد تا بتوان یکی را به‌کمک دیگری به‌نحو مطلوبی پیش‌بینی کرد. کلایو گرینجر[1] (۱۹۶۹) در مقاله تأثیرگذار و کاربردی خویش مفهومی از علیت را معرفی می‌کند که به‌صورت گسترده‌ای در تحقیقات تجربی با داده‌های سری زمانی مورد استفاده قرار گرفته است. گرینجر به‌صورت تکنیکی روشی را معرفی می‌کند که به کمک آن می‌توان مفید بودن یک سری زمانی را در پیش‌بینی کمیت آتی یک سری زمانی دیگر تشخیص داد.

اگر یک رابطه علی بین دو متغیر وجود داشته باشد، باید بتوان از اطلاعات نهفته در مقادیر گذشته یک متغیر به‌صورت بهینه‌ای متغیر دیگر را پیش‌بینی کرد. برای مثال، در رابطه با دو متغیر سری زمانی x و y ، اگر x علت y باشد، مقادیر حال و گذشته x باید اطلاعاتی را در خود داشته باشند که بتوانند به بهبود پیش‌بینی y کمک کنند. بنابراین، مفهوم وجود یا نبود علیت از نظر گرینجر به‌این‌صورت است که آیا بیش‌بینی مقادیر آتی y می‌توانند، در کنار تمامی اطلاعات موجود با استفاده از مقادیر حال و گذشته متغیر سری زمانی x بهبود یابد یا نه.

فرض کنید Ω_t دربردارنده اطلاعات مربوط به سری زمانی x_t و y_t تا زمان t است. حال اگر x مجموعه اطلاعات زمان حال و گذشته متغیر سری زمانی x_t ، $x = \{x_t, x_{t-1}, \dots\}$ و σ^2 واریانس مربوط به خطای پیش‌بینی باشد، گرینجر تعریف زیر را برای علیت بین دو متغیر سری زمانی x_t و y_t ارائه می‌کند.

$$\sigma_1^2(y_{t+s}|\Omega_t) < \sigma_2^2(y_{t+s}|\Omega_t - x) \quad \text{و} \quad s = 1,2,\dots \qquad (۱.۶)$$

براین‌اساس، وقتی متغیر x_t علیت گرینجری y_t تلقی می‌شود که واریانس خطای پیش‌بینی y_{t+s} کمتر از واریانس خطای پیش‌بینی y_{t+s} با توجه به اطلاعات Ω_t منهای اطلاعات مربوط به متغیر سری زمانی x_t باشد.

می‌توان ضابطه علیت گرینجری را در قالب تابع احتمال شرطی y_{t+s} نیز نوشت. اگر F تابع احتمال شرطی و Ω_t و x همان تعاریف سابق را داشته باشند، آن‌گاه وقتی متغیر سری زمانی x_t علت گرینجری y_t نیست که رابطه زیر صادق باشد:

$$F(y_{t+s}|\Omega_t) = F(y_{t+s}|\Omega_t - x) \quad \text{و} \quad s = 1,2,\dots \qquad (۲.۶)$$

مفهوم رابطه فوق آن است که نبود اطلاعات x هیچ تغییری را در تابع احتمال شرطی F ایجاد نمی‌کند، پس x_t نمی‌تواند علت گرینجری y_t باشد.

آزمون علیت گرینجری

(**Causality Test Granger**)

به‌منظور انجام آزمون رابطه علیت گرینجری بین دو متغیر سری زمانی x_t و y_t ، براساس روش پیشنهادشده به‌وسیله گرینجر، فرضیه صفر و فرضیه مقابل به‌صورت زیر تصریح می‌شود:

H_0: بین دو متغیر x و y رابطه علیت وجود ندارد

H_1: بین دو متغیر x و y رابطه علیت وجود دارد

این آزمون مستلزم آن است که دو متغیر x_t و y_t پایا باشند، بنابراین، ابتدا با انجام آزمون ریشه واحد باید اطمینان حاصل کرد که x_t و y_t پایا هستند. در یک بررسی ساده می‌توان الگوی $ARDL(1,1)$ را به‌صورت زیر تصریح کرده و به روش OLS برآورد کرد.

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \beta_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

1.Clive Granger

ضریب β_1 مقیاسی است که اثر x_{t-1} را به روی y_t مشخص می‌کند، اگر $\beta_1 = 0$ باشد، آن‌گاه مقادیر گذشته x بر روی y هیچ اثری نداشته و درنتیجه x نمی‌تواند علت گرینجری y تلقی شود .

در حالت کلی می‌توان وقفه‌های بیشتری از دو متغیر x_t و y_t را در نظر گرفت و رابطه‌ای به‌صورت زیر را تصریح و برآورد کرد:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{P} \alpha_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j x_{t-j} + \varepsilon_t$$

اکنون چنانچه تمامی β_jهای برآورد شده، $j = 1,2,\dots,q$ ، به‌لحاظ آماری برابر صفر باشند می‌توان پذیرفت که x علت گرینجری y نیست. برای انجام آزمون توأم برابری ضرایب وقفه‌های متغیر x_t با صفر از آماره آزمون F بهره می‌جوییم. دراین‌خصوص، یک بار الگوی فوق را با مقید کردن ضرایب وقفه‌های متغیر X_t به صفر، به‌صورت مقید، به روش OLS برآورد می‌کنیم و ضریب تعیین آن را، که با نماد R_r^2 نمایش می‌دهیم، به‌دست می‌آوریم. سپس یک بار دیگر همین رابطه را به‌صورت نامقید برآورد کرده و ضریب تعیین آن را، که با R_u^2 نشان می‌دهیم، به‌دست می‌آوریم. آن‌گاه آماره آزمون F زیر را تشکیل می‌دهیم:

$$F = \frac{(R_u^2 - R_r^2)/r}{(1 - R_u^2)/(T - K - 1)}$$

که در آن:

R_u^2 : ضریب تعیین رابطه غیرمقید

R_r^2 : ضریب تعیین رابطه مقید

r : تعداد قیدها

T : حجم نمونه

K : تعداد متغیرهای توضیح‌دهنده

فرضیه صفر عبارت است از: $H_0\colon \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_q = 0$

این آزمون یک آزمون یک دامنه بوده و فرضیه H_0 وقتی رد می‌شود که کمیت F محاسبه‌شده بیشتر از کمیت بحرانی F در سطح معنی‌داری مورد نظر باشد. رد H_0 به‌منزله آن است که x علت گرینجری y است.

اکنون برای سنجش آن که آیا y می‌تواند علت گرینجری x باشد، رابطه رگرسیونی زیر را نظیر رابطه رگرسیونی فوق به‌گونه‌ای تصریح می‌کنیم که متغیر وابسته آن x باشد.

$$x_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{P} \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} \beta_i x_{t-i} + u_t$$

این رابطه رگرسیونی را یک بار به‌صورت مقید با برابر صفر قرار دادن α_i ها، $i = 1,2,\dots,p$ ، و یک بار به‌صورت غیرمقید به روش OLS برآورد می‌کنیم. سپس با توجه به مقادیر R_r^2 و R_u^2 کمیت آماره آزمون F را به‌دست می‌آوریم. فرضیه صفر در این حالت برابری ضرایب α_iها با صفر است که به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$H_0\colon \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_p = 0$$

اگر انجام این آزمون فرضیه، که مشابه حالت قبل است، منجر به رد نشدن فرضیه H_0 شود، آن‌گاه در سطح معنی‌داری در نظر گرفته شده، خواهیم پذیرفت که y نمی‌تواند علت گرینجری x باشد. به‌هرحال پس از انجام این دو آزمون فرضیه، اگر هردو H_0پذیرفته شد، نتیجه‌گیری خواهیم کرد که x و y از هم مستقل هستند. چنانچه H_0 رابطه اول رد شد و H_0 رابطه دوم پذیرفته شد، می‌پذیریم که x علت گرینجری y است و در صورتی که عکس این مسئله حادث شد خواهیم پذیرفت که y علت گرینجری x است . در مواقعی نیز که هر دو H_0 رد شوند، نتیجه‌گیری خواهیم کرد که یک رابطه علیت دو جانبه بین x وy وجود دارد.

آزمون علیت گرینجری برای فرایندهای ناپایا

(Granger Causuality Test for Non-stationary Processes)

دو متغیر سری زمانی x_t و y_t را در نظر بگیرید که هردو ناپایا و جمعی از مرتبه یک یعنی $I(1)$ باشند. با توجه به لزوم $I(0)$ بودن متغیرها در انجام آزمون علیت گرینجر، می‌توان آزمون علیت گرینجری بین x_t و y_t را با توجه به تفاضل مرتبه اول این دو متغیر یعنی Δx_t و Δy_t به انجام رساند. این آزمون، مشروط به آنکه بین x_t و y_t رابطه همجمعی وجود نداشته باشد، علیت گرینجری را بین دو متغیر Δx_t و Δy_t مشخص خواهد کرد. کافی است که دو رابطه فوق را به جای سطح متغیرها براساس تفاضل مرتبه اول آن‌ها تصریح کنیم و برای نتیجه‌گیری دقیقاً همان مسیر قبل را طی کنیم. رد فرضیه H_0 در این حالت به مفهوم وجود رابطه علیت گرینجری کوتاه‌مدت خواهد بود.

اما اگر بین دو متغیر سری زمانی x_t و y_t رابطه همجمعی یا به‌عبارت دیگر رابطه تعادلی بلندمدت وجود داشته باشد، آن‌گاه Δy_t که تغییرات کوتاه‌مدت در y_t است درعین‌حال که می‌تواند متأثر از تغییرات x_t یعنی Δx_t باشد، تحت‌تأثیر خطای عدم تعادل دوره قبل نیز خواهد بود. در چنین حالتی تصریح روابط فوق در قالب تفاضل اول متغیرها برای بررسی رابطه علیت گرینجری دچار خطای تصریح خواهند بود، مگر آنکه خطای عدم تعادل دوره قبل در این روابط لحاظ شود. بنابراین، در صورت وجود همجمعی، رابطه مورد نظر را باید در قالب یک الگوی شبیه تصحیح خطا (ECM) به‌صورت زیر تصریح کرد.

$$\Delta y_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{P} \gamma_i \Delta y_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \Delta x_{t-j} + \lambda u_{t-1} + \varepsilon_t$$

در این رابطه، u_{t-1} خطای عدم تعادل دوره قبل است. اکنون برای بررسی رابطه علیت گرینجری بین دو متغیر سری زمانی x_t و y_t، فرضیه صفر را باید به‌صورت زیر تنظیم کنیم.

$$H_0: \theta_1 = \theta_2 = \cdots = \lambda = 0$$

برای انجام این آزمون، رابطه رگرسیونی را یک بار به‌صورت مقید با توجه به قیدهای تصریح‌شده در فرضیه H_0 و یک بار نیز به‌صورت غیرمقید برآورد می‌کنیم و آماره آزمونF را همانند سابق به‌دست می‌آوریم. رد فرضیه H_0 به مفهوم وجود رابطه علیت گرینجری بلندمدت بین دو متغییر سری زمانی x_t و y_t خواهد بود.

کتاب‌شناسی

نوفرستی، محمد (۱۴۰۰). *اقتصادسنجی کاربردی داده‌های سری زمانی*، تهران: انتشارات دانشگاه شهید بهشتی.

والتر اندرس (۱۳۸٦). *اقتصادسنجی سریهای زمانی با رویکرد کاربردی*، ترجمه دکتر مهدی صادقی و سعید شوال، تهران: انتشارات دانشگاه امام صادق (ع)، جلد اول و دوم.

Enders W. (2015). *Applied Econometric Time Series*, 4th Edition, John Wiley & Sons Ltd.

Granger, C. W. (1969). "Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods", *Econometrica*, 37.

محمد نوفرستی

دانشکده اقتصاد، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران