

مطلوبیت

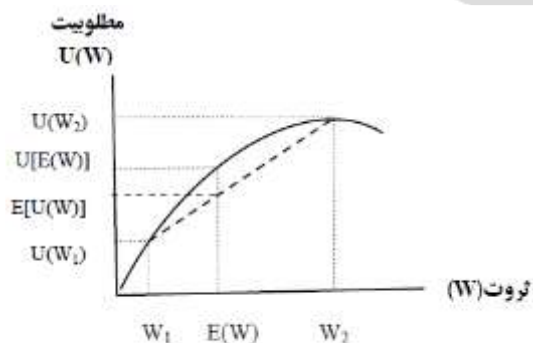
انتظاری از نوع مطلوبیت عددی است. با توجه به وضعیت ریسک، اگر مطلوبیت‌های $u_1, u_2, \dots, u_n$ در احتمالات متناظر $p_1, p_2, \dots, p_n$ ضرب شده و سپس حاصل ضرب‌ها جمع شود، نتیجه، مطلوبیت انتظاری خواهد بود:

$$EU = \sum_{i=1}^n p_i u_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

مطلوبیت انتظاری در تحلیل رفتار مصرف‌کننده در شرایط ریسک اهمیت دارد. اگر مصرف کالاها و خدمات گوناگون در متغیر ثروت (W) خلاصه شود (Ahlersten, 2008: 47)، یعنی:

$$U = U(W) \quad (2)$$

مصرف‌کننده در صورتی ریسک‌گریز است که وضعیت قطعی را بر وضعیت نامطمئن ترجیح دهد، در این صورت، مطلوبیت ثروت انتظاری او بیشتر از مطلوبیت انتظاری ثروت اوست یعنی $U[E(W)] > E[U(W)]$ (شکل ۱).



شکل (۱): مصرف‌کننده ریسک‌گریز

اگر وی وضعیت نامطمئن را بر وضعیت قطعی ترجیح دهد (مطلوبیت ثروت انتظاری کمتر از مطلوبیت انتظاری ثروت او باشد، یعنی $U[E(W)] < E[U(W)]$ باشد) مصرف‌کننده ریسک‌پذیر نامیده می‌شود (شکل ۲).

Utility

به میزان رضایت خاطر یا خوشایندی حاصل از مصرف کالاها و خدمات مطلوبیت گفته می‌شود (Pindyck & Rubinfeld, 2018: 100). مطلوبیت فراتر از لذت مادی است. بر این اساس، تزریق واکسن هرچند لذت مادی ندارد اما چون خوشایندست (به دلیل دفع بیماری) مطلوب است. واژه مطلوبیت ریشه در مفهوم «مطلوبیت‌گرایی» دارد که جرمی بنتام (Jeremy Bentham) و جان استوارت میل (John Stuart Mill) در زمینه منطق تصمیم‌گیری افراد در رابطه با خطمشی عمومی و اصول اخلاقی معرفی کردند (Mankiw, 2018: 410). مطلوبیت مفهومی ذهنی است تا عینی و به دو نوع عددی (Cardinal) و ترتیبی (Ordinal) تقسیم می‌شود.

در مطلوبیت عددی هر واحد مطلوبیت یک «یوتیل» نام دارد که برگرفته از چهار حرف اول Utility است. مطلوبیت به درجه نیاز (ضرورت) مصرف بستگی دارد. برای نمونه، مطلوبیت یک لیوان آب برای فرد تشنه بیشتر از مطلوبیت آن برای یک فرد عادی است.

در مطلوبیت ترتیبی سبدهای مصرفی براساس اصول موضوعه انعکاس‌پذیری (Reflexivity)، کامل بودن (Completeness) و انتقال‌پذیری (Transitivity) رتبه‌بندی شده و بنابراین ترتیب کالاها یا سبدها اهمیت دارد (Perloff, 2018: 85). به طور کلی، سبد بزرگتر رتبه بالاتری دارد. برای نمونه، سبد الف (حاوی ۳ سیب و ۲ پرتقال) در مقایسه با سبد ب (شامل ۱ سیب و ۱ پرتقال) مطلوبیت بیشتر و رتبه بالاتری دارد.

مطلوبیت انتظاری (Expected Utility)

مطلوبیت حاصل از مصرف کالاها و خدمات در شرایط ریسک یا بی‌اطمینانی، مطلوبیت انتظاری نام دارد. مطلوبیت

$$AU = U / X \quad (4)$$

برای مثال، اگر مطلوبیت کل مصرف ۲ سیب برابر با ۳۵ یوتیل باشد، مطلوبیت متوسط برابر ۱۷/۵ یوتیل خواهد بود.

مطلوبیت نهایی (Marginal Utility)

به مطلوبیت آخرین واحد مصرفی یا تغییر در مطلوبیت کل به ازای تغییر در مصرف یا ارزش ذهنی آخرین واحد مصرف نزد مصرف کننده مطلوبیت نهایی گفته می شود. هرچه مطلوبیت نهایی بزرگ تر باشد، قیمت کالا یا خدمت هم بیشتر خواهد بود.

اگر U مطلوبیت کل و X مقدار مصرف کالا/خدمت باشد، مطلوبیت نهایی با رابطه (۵) داده می شود:

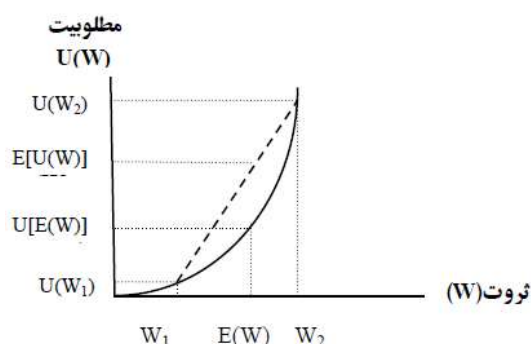
$$\begin{aligned} MU_X &= dU / dX = U'(X) \text{ or} \\ MU_X &= \Delta U / \Delta X \end{aligned} \quad (5)$$

که Δ نماد تغییرات گسسته و d نماد تغییرات پیوسته و U'_X مشتق تابع مطلوبیت نسبت به مصرف است.

براساس «قانون مطلوبیت نهایی نزولی (کاهنده)»، با افزایش واحدهای مصرف میزان مطلوبیت اضافی کسب شده کاهش می یابد، یعنی مطلوبیت نهایی کاهنده است. در نقطه حداکثر مطلوبیت کل (نقطه اشباع مصرف) مطلوبیت نهایی صفر است. اگر مطلوبیت نهایی منفی شود مصرف کننده از مصرف بیزار می شود (دچار عدم مطلوبیت می شود). در جدول (۱) مطلوبیت کل (U) و مطلوبیت نهایی (MU) برای ۶ قاچ هندوانه ($X=0,1, \dots, 6$) ارائه شده است:

جدول (۱): مطلوبیت کل و نهایی

۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	X
---	---	---	---	---	---	---	---



شکل (۲): مصرف کننده ریسک پذیر

در صورتی که دو متغیر اخیر برابر باشند، فرد ریسک خنثی نامیده می شود و تابع مطلوبیت تابعی خطی از ثروت فرض می شود.

برای سنجش ریسک، معیار ریسک گریزی مطلق (Absolute Risk Aversion=ARA) به وسیله آرو (Arrow) و پرت (Pratt) پیشنهاد شده است:

$$r = ARA = -U''(W) / U'(W) \quad (3)$$

برای مصرف کنندگان ریسک گریز، ریسک پذیر و ریسک خنثی مقدار r به ترتیب مثبت، منفی و صفر است. معیار ریسک گریزی نسبی حاصل ضرب r در W است.

مطلوبیت متوسط (Average Utility)

در بحث مطلوبیت عددی مطلوبیت متوسط برابر با نسبت مطلوبیت کل مصرف به تعداد واحدهای مصرف است. تفاوت مطلوبیت متوسط با مطلوبیت انتظاری در این است که مطلوبیت انتظاری با ریسک مرتبط است در حالی که مطلوبیت متوسط با وضعیت اطمینان مرتبط است.

اگر U مطلوبیت کل و X مصرف کل باشد، مطلوبیت متوسط به فرم زیر است:

تابع مطلوبیت شبه خطی $U=a_1X_1+a_2f(X_2)$

تابع مطلوبیت لئونتیف $U=\min(X_1/a_1, X_2/a_2)$

تابع مطلوبیت کل براساس داده‌های جدول (۱) تقریباً به فرم ریاضی زیر است:

$$U=-1.06X^2+11.8X-10.1$$

و مطلوبیت نهایی متناظر عبارت است از:

$$MU=-2.12X+11.8$$

اگر به جای مقادیر مصرف، مخارج مصرفی در تابع مطلوبیت گنجانده شود، برای دوره‌های متوالی ۱ تا t، تابع مطلوبیت پویا به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$U = U(C_1, C_2, \dots, C_t) \quad (۸)$$

مفروضات فرم ایستای مطلوبیت در تابع مطلوبیت (۸) کمابیش برقرار هستند، اما با دخالت زمان (t) نرخ تنزیل (نرخ ترجیح زمانی) به تحلیل اضافه می‌شود. با توجه به اینکه مصرف‌کننده مصرف حال را بر مصرف آینده ترجیح می‌دهد، نرخ تنزیل عامل پیوند مصرف بین دوره‌ای خواهد بود. در این وضعیت، مصرف‌کننده به انتخاب‌های بین دوره‌ای می‌پردازد (Varian, 2014: 182-183). برای مثال، فرد بین پس‌انداز بیشتر فعلی در قبال مصرف بیشتر آتی دست به انتخاب می‌زند.

تابع مطلوبیت استون-گیری (Stone- Geary Utility Function)

این تابع ابتدا به وسیله «گیری» در سال ۱۹۵۰ معرفی شد و سپس در سال ۱۹۵۴ به وسیله «استون» به فرم سیستم مخارج خطی برآورد شد.

۲۱	۲۲	۲۲	۲۰	۱۶	۱۰	۰	U
-۱	۰	۲	۴	۶	۱۰	-	MU

تابع مطلوبیت (Utility Function)

هر نگاشت ریاضی که مصرف کالاها و خدمات را به مطلوبیت حاصله ارتباط دهد، تابع مطلوبیت نامیده می‌شود. اگر X مصرف کل و U مطلوبیت کل باشد، تابع مطلوبیت به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$U = U(X) \quad (۶)$$

تابع مطلوبیت چندکالایی نیز به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U = U(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (۷)$$

تابع مطلوبیت (۷) متکی بر مفروضات زیر است (Layard & Walters, 1978: 125-126):

- الف- مقادیر مصرف نامنفی هستند.
 - ب- در دامنه تعریف خود پیوسته و مشتق پذیر است.
 - ب- مشتقات جزئی مرتبه اول و دوم پیوسته دارد.
 - ج- مطلوبیت جزئی و کل مثبت و مطلوبیت نهایی مثبت یا در شرایط حدی صفر است.
 - د- تابع فوق اکیداً شبه مقعر منظم است.
 - ه- طول دوره مصرف معین است. اگر دوره مصرف بسیار کوتاه باشد تنوع در مصرف رخ نمی‌دهد و اگر دوره مصرف بسیار طولانی باشد، سلیقه‌ها و ترجیحات عوض می‌شوند.
- بسته به فرم ریاضی U(X) انواع توابع مطلوبیت ایستا از جمله توابع مطلوبیت خطی، کاب-داگلاس، شبه خطی و لئونتیف قابل ارائه هستند:

تابع مطلوبیت خطی $U=a_1X_1+a_2X_2$

تابع مطلوبیت کاب-داگلاس $U=a_1X_1^{b1}X_2^{b2}$

تابع لاگرانژ در حداکثرسازی W نسبت به قید بودجه (۱۰) عبارت است از:

$$L = \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln(q_i - \gamma_i) + \lambda(y - \sum_{i=1}^n p_i q_i) \quad (14)$$

که λ ضریب لاگرانژ و معرف مطلوبیت نهایی درآمد است. شرایط اولیه بیشینه‌سازی مطلوبیت، به دستگاه معادلات هم‌زمان زیر منجر می‌شود:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\alpha_i}{q_i - \gamma_i} - \lambda p_i = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (15)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = y - \sum_{i=1}^n p_i q_i = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (16)$$

این دستگاه معادلات شامل $n+1$ مجهول (q_1 تا q_n و λ) و $n+1$ معادله است و لذا جواب‌های منحصر به فرد دارد. مقادیر q_i طبق رابطه (۱۷) توابع تقاضای معمولی (مارشالی) را به دست می‌دهند.

$$q_i = \gamma_i + \frac{\alpha_i}{p_i} (y - \sum_{i=1}^n p_i q_i) \quad i = 1, \dots, n \quad (17)$$

در این توابع تقاضا کالای پست وجود ندارد، قدر مطلق کشش قیمتی تقاضا برای همه کالاهای کمتر از واحد است (کالاهای ضروری هستند)، همه کالاهای مکمل ناخالص یکدیگر محسوب می‌شوند. با ضرب طرفین رابطه (۱۶) در p_i ، سیستم مخارج خطی (۱۸) حاصل می‌شود:

$$p_i q_i = p_i \gamma_i + \alpha_i (y - \sum_{i=1}^n p_i q_i) \quad i = 1, \dots, n \quad (18)$$

این سیستم خطی است چون توان مخارج عادی ($p_i q_i$)، اجزای مخارج معیشتی ($p_i \gamma_i$) و درآمد یک است. از سیستم مخارج خطی برای برآورد خط فقر استفاده می‌شود چرا که

اگر q_i و γ_i به ترتیب مقدار مصرف عادی و مصرف معیشتی (حداقل مصرف) از کالای i و U مطلوبیت کل را نشان دهند، آنگاه تابع مطلوبیت استون-گیری به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U = \prod (q_i - \gamma_i)^{\beta_i} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

که Π نماد ضرب است. همچنین γ_i و q_i غیر منفی بوده و q_i باید بزرگ‌تر از γ_i باشد.

در صورتی که قید بودجه مصرف‌کننده به فرم زیر باشد:

$$y = \sum_{i=1}^n p_i q_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

که p قیمت و y درآمد مصرف‌کننده است. چون هدف مصرف‌کننده بیشینه‌سازی مطلوبیت منوط به قید بودجه است، لذا باید تابع لاگرانژ تشکیل شود. اما برای سادگی محاسباتی، ابتدا تابع مطلوبیت با گرفتن لگاریتم از طرفین رابطه (۹) به فرم خطی درمی‌آید:

$$\ln(U) = \sum_{i=1}^n \beta_i \ln(q_i - \gamma_i) \quad (11)$$

مجموع β_i ها غیر منفی و مخالف یک است. اما می‌توان تبدیل زیر را در نظر گرفت که:

$$\alpha_i = \beta_i / \sum_{i=1}^n \beta_i \quad (12)$$

که α_i بین صفر و یک نوسان داشته و مجموع α_i ها برابر واحد است. اگر طرفین رابطه (۱۰) بر $\sum \beta_i$ تقسیم شود، رابطه (۱۳) حاصل می‌شود:

$$W = \ln(U) / \sum_{i=1}^n \beta_i = \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln(q_i - \gamma_i) \quad (13)$$

$p_i y_i$ حداقل مخارج لازم برای خرید کالای i بوده و مجموع $p_i y_i$ ها مقدار معیشتی را نشان می‌دهد.

کتاب‌شناسی

- Ahlersten, K. (2008). *Microeconomics*, Frederiksberg (Denmark): Ventus Publishing ApS.
- Geary, R. C. (1950). "A Note on 'A Constant-Utility Index of the Cost of living'", *Review of Economic Studies*, 18 (2): 65–66.
- Layard, P. R. G. & A. A. Walters (1978). *Microeconomic theory*, New York: McGraw -Hill Inc.
- Mankiw, N. G. (2018). *Principles of Economics*, 8th Edition, Boston: Cengage Learning Co.
- Perloff, J. M. (2018). *Microeconomics: Theory and Applications With Calculus*, London: Fourth Edition, Pearson Education Limited.
- Pindyck, R. S. and D. L. Rubinfeld (2018). *Microeconomics*, Ninth edition, The Pearson series in economics.
- Stone, Richard (1954). "Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand", *Economic Journal*. 64 (255): 511–527.
- Varian, H. R. (2014). *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*, Ninth edition, New York: W. W. Norton & Company.

لطفعلی عاقلی

پژوهشکده اقتصاد دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران