

با مجموعه پارامترهای β_i مربوط به آن، y_i متغیر وابسته در مشاهده یا مکان i ، ε_i بیانگر خطای تصادفی در رابطه مذکور است. باتوجه به این رابطه، هنگام حرکت در بین مشاهدات توزیع داده‌های نمونه‌ای نشانگر میانگین و واریانس ثابتی نخواهند بود.

الگوهای خودرگرسیون فضایی

برای بررسی وجود وابستگی فضایی بین داده‌های نمونه‌ای دارای بعد فضا از الگوهای خودرگرسیون فضایی استفاده می‌شود. اگر بردار متغیر موردنظر در مناطق مختلف با Y نشان داده شود و ماتریس متغیرهای توضیح‌دهنده با X بیان گردد، آنگاه الگوی کلی خودرگرسیون فضایی با داده‌های مقطعی که توسط انسلین (Anselin, 1988) ارائه شده است، به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} Y &= \rho W_1 Y + \beta X + U \\ U &= \lambda W_2 U + \varepsilon \\ \varepsilon &\approx N(0, \sigma^2 I_n) \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن Y یک بردار $n \times 1$ از متغیر وابسته و X یک ماتریس $n \times k$ از متغیرهای توضیحی است. W_1 و W_2 ماتریس‌های وزنی فضایی $n \times n$ هستند که می‌توانند براساس تعاریف همسایگی فضایی براساس مجاورت و یا به‌عنوان تابعی از فاصله ایجاد شوند. پارامتر ρ خودهمبستگی فضایی را اندازه‌گیری می‌نماید. U اجزاء اخلاخل الگو با میانگین صفر و واریانس σ^2 بوده که فرض شده دارای ساختار فضایی است و λ ضریب همبستگی اجزاء اخلاخل یا خطاهای رگرسیون در مناطق مختلف است.

الگوی فوق نشان می‌دهد که بین مناطق مختلف، دو نوع همبستگی فضایی می‌تواند مطرح باشد؛ نوع اول همبستگی بین متغیر وابسته در مناطق مختلف است که براساس همسایگی در قالب ماتریس همسایگی W_1 وزن داده می‌شوند و ρ شدت این همبستگی فضایی را اندازه‌گیری می‌نماید. نوع دوم همبستگی بین جزء خطا یا اجزاء اخلاخل در مکان‌های مختلف است که شدت این همبستگی توسط λ در رابطه فوق اندازه‌گیری می‌شود. با اعمال برخی محدودیت‌ها در الگوی کلی (4) الگوهای ساده‌تری به دست می‌آید. مثلاً اگر $X = 0$ و تغییرات اجزاء اخلاخل تحت تأثیر مناطق دیگر نباشد (یعنی: $W_2 = 0$)، الگوی خودرگرسیون فضایی مرتبه اول به فرم زیر

برای مجموعه‌ای از مناطق جغرافیایی، مشاهدات جمع‌آوری شده برای مناطق نزدیک به هم تمایل دارند تا خصوصیات مشابه بیشتری در مقایسه با مناطق دورتر از هم داشته باشند. از نقطه نظر آماری، این خصوصیت بر این نکته تأکید دارد که همبستگی بین مشاهدات جمع‌آوری شده از مناطق نزدیک به هم بالاتر از همبستگی بین مشاهدات مکان‌هایی است که از هم فاصله دارند. برای تحلیل این نوع داده‌ها از روش اقتصادسنجی فضایی استفاده می‌شود. درواقع در این الگوها علاوه بر بُعد زمان، بُعد فضا (مکان) نیز مدنظر قرار می‌گیرد. براساس قضیه گاوس-مارکف، رگرسیون با داده‌های نمونه‌ای به صورت رابطه زیر نشان داده می‌شود (Anselin, 1988):

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (1)$$

که در آن Y نشان‌دهنده متغیر وابسته، X بیانگر یک ماتریس $n \times k$ از متغیرهای توضیحی، β بردار پارامترها و ε برداری n جمله خطای تصادفی است. وابستگی می‌تواند بین چندین مشاهده رخ دهد به طوری که i می‌تواند هر مقدار از $i = 1, \dots, n$ را اختیار کند، چرا که انتظار می‌رود داده‌های نمونه‌ای مشاهده شده در یک نقطه از فضا به مقادیر مشاهده شده در مکان‌های دیگر وابسته باشد. براساس رابطه زیر داریم:

$$Y_i = f(Y_j) \quad i = 1, \dots, n \quad i \neq j \quad (2)$$

به‌طور مثال پدیده بیکاری در مکانی مانند i فقط تحت تأثیر عوامل دورن همان منطقه نیست و عوامل دیگری در مناطق مجاور روی آن اثر می‌گذارند و همچنین فاصله این منطقه با مناطق مجاور نیز می‌تواند روی شدت تأثیر این عوامل دخالت داشته باشد. ناهمسانی فضایی اشاره به انحراف در روابط بین مشاهدات در سطح مکان‌های جغرافیایی دارد. رابطه خطی زیر را درنظر بگیرید:

$$Y_i = X_i \beta_i + \varepsilon_i \quad (3)$$

که در آن i بیانگر مشاهدات به دست آمده در $i = 1, \dots, n$ نقطه در فضا، x_i نشانگر بردار $1 \times k$ از متغیرهای توضیحی همراه

به دست می آید (LeSage, 1999):

$$Y = \rho W_1 Y + \varepsilon \quad (5)$$

$$\varepsilon \approx N(0, \sigma^2 I_n)$$

در این الگو که مشابه الگوی خودرگرسیون معمولی مرتبه اول در تحلیل سری زمانی است، تغییر در متغیر وابسته در هر یک از مناطق (Y) ، به صورت یک ترکیب خطی از تغییر در تولید واحدهای همسایه حاصل می شود و نیازی به اطلاعات دیگری برای توضیح متغیر وابسته نیست. از آنجاکه این الگو فاقد عرض از مبدأ است، در عمل متغیر وابسته به صورت انحراف از میانگین وارد الگو می شود. حال اگر صرفاً $W_2 = 0$ باشد، الگوی مختلط رگرسیون - خودرگرسیون فضایی حاصل می شود که به صورت زیر نشان داده می شود (LeSage, 1999):

$$Y = \rho W Y + \beta_1 X + \beta_2 W_1 X + \varepsilon \quad (8)$$

$$\varepsilon \approx N(0, \sigma^2 I_n)$$

که در آن β_2 ضریب همبستگی فضایی بین متغیرهای توضیحی را اندازه گیری می نماید و بقیه متغیرها تعاریف قبلی خود را دارند. در واقع در این الگو فرض می شود که متغیرهای توضیحی نیز دارای ساختار فضایی هستند و مقدار آنها بین مناطق مختلف می تواند به یکدیگر همبسته باشد.

الگوهای خودرگرسیون فضایی با داده های پانل

فراهم نمودن امکان آزمون فرضیه های رفتاری پیچیده تر، کاهش همخطی بین متغیرها و افزایش درجه آزادی و در نتیجه افزایش کارایی برآورد از جمله مزایای استفاده از داده های پانل (تابلویی) به جای داده های مقطعی است که همانند الگوهای رگرسیون معمولی، این بحث در مورد الگوهای خودرگرسیون فضایی نیز صادق است. دو اثر در الگوهای خودرگرسیون پانل فضایی قابل بررسی است که کاربرد آنها را جذاب می نماید. این اثرات شامل اثرات معین فضایی و اثرات متقابل فضایی می باشند (Elhorst, 2003; Elhorst, 2010).

تعریف ماتریس همسایگی فضایی

برای تدوین الگوهای خودرگرسیون فضایی اولین قدم ایجاد ماتریس همسایگی یا ماتریس وزن های فضایی است. برای

$$Y = \rho W Y + \beta X + \varepsilon \quad (6)$$

$$\varepsilon \approx N(0, \sigma^2 I_n)$$

که در آن تمام متغیرها تعاریف قبلی خود را دارند. در واقع این الگو یک الگوی رگرسیونی استاندارد است که یک متغیر جدید که وقفه فضایی متغیر وابسته است به آن افزوده شده است.

معمولاً در تجزیه و تحلیل رگرسیون کلاسیک فرض بر این است که اجزاء اختلال الگو مستقل هستند، اما در مورد داده های فضایی، اجزاء اختلال ممکن است همبسته باشند و ساختار همبستگی آنها تابعی از موقعیت قرار گرفتن مشاهدات در فضای مورد مطالعه باشد. این حالت نوع دیگری از الگوهای خودرگرسیون فضایی را به وجود می آورد که الگوی رگرسیون فضایی در اجزاء اختلال نامیده می شود و با فرض $W_1 = 0$ در الگوی کلی (4) به دست می آید. الگوی یاد شده به صورت زیر نشان داده می شود (LeSage, 1999):

$$Y = \beta X + U \quad (7)$$

$$U = \lambda W_2 U + \varepsilon$$

$$\varepsilon \approx N(0, \sigma^2 I_n)$$

که در آن W_2 ماتریس وزن های فضایی و λ ضریب همبستگی خطاهای فضایی است. بقیه متغیرها، تعاریف قبلی خود را

ایجاد ماتریس وزن‌های فضایی روش‌های مختلفی در ادبیات اقتصادسنجی فضایی مطرح شده است که مهم‌ترین آنها تعریف ماتریس وزن‌های فضایی براساس مجاورت و تعریف ماتریس به‌عنوان تابعی از فاصله است (LeSage, 2004). در روش مجاورت براساس اینکه تعداد نمونه‌ها یا مناطق مورد بررسی کم یا زیاد باشد دو حالت برای تعریف ماتریس همسایگی فضایی مطرح می‌شود که شامل موارد زیر است: الف) برای زمانی که تعداد نمونه‌ها (مکان‌ها) کم است، همسایگی براساس تعاریف مختلف مجاورت مانند مجاورت «خطی»، مجاورت «رخ مانند»، مجاورت «فیل مانند» و مجاورت «ملکه مانند» که براساس حرکت مهره‌های شطرنج نامگذاری شده‌اند، ایجاد می‌شود (LeSage, 1999). ب) برای زمانی که تعداد نمونه‌ها (مکان‌ها) زیاد است، جهت تعیین نزدیک‌ترین مشاهدات و شکل‌دهی ماتریس همسایگی، استفاده از روش مثلث‌بندی دلانی برای تعریف مجاورت توصیه شده است (LeSage, 2004). برای برآورد الگوهای خودرگرسیون فضایی از روش حداکثر درست‌نمایی (ML) استفاده می‌شود چرا که کاربرد روش حداقل مربعات معمولی (OLS) در برازش این الگوها منجر به برآوردهای کارا نمی‌شود (LeSage, 1999).

کتاب‌شناسی

- Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Kluwer Academic Publishers.
- Elhorst, J. P. (2003). Specification and Estimation of Spatial Panel Data Models. *International Regional Science Review*, 26(3), 244 - 268. <https://doi.org/10.1177/0160017603253791>
- Elhorst, J. P. (2010). Spatial Panel Data Models. In M. Fischer and A. Getis (Eds.), *Handbook of Applied Spatial Analysis* (pp. 377-407). Springer.
- LeSage, J. P. (1999). *Spatial Econometrics*. The Web Book of Regional Science.
- LeSage, J. P. (2004). *Maximum Likelihood Estimation of Spatial Regression Models*. <https://www.researchgate.net/publication/229020633>

مرتضی تهمی پور زرنندی

عضو هیأت علمی دانشگاه شهید بهشتی