الگوی توزیع وقفه‌ای خود رگرسیون

Auto-Regressive Distributed Lag (ARDL) Model

در یک الگوی توزیع وقفه‌ای (DL)، وقتی وقفه های متغیر وابسته به جمع متغیرهای توضیح‌دهنده افزوده می‌شود، یک الگوی توزیع وقفه‌ای خود رگرسیون (ARDL) شکل می‌گیرد. ساده‌ترین شکل یک الگوی توزیع وقفه‌ای خود رگرسیون دارای ساختار زیر است که هریک از متغیرها دارای یک وقفه زمانی هستند.

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \gamma_0 x_t + \gamma_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (۱)$$

این الگو کمک می‌کند تا برآورد نسبتاً بدون تورشی را از ضرایب رابطه تعادلی بلندمدت $y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$ به‌دست آوریم. برای این منظور توجه کنید که در شرایط تعادل پایدار بلندمدت، تمایزی بین x_t و x_{t-1} و همچنین y_t و y_{t-1} وجود ندارد. درنتیجه از رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_t + \gamma_0 x_t + \gamma_1 x_t + \varepsilon_t$$

$$(1-\alpha_1) y_t = \alpha_0 + (\gamma_0 + \gamma_1) x_t + \varepsilon_t \qquad (۲)$$

$$y_t = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} + \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{1-\alpha_1} X_t + \frac{\varepsilon_t}{1-\alpha_1}$$

و یا:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \nu_t \qquad (۳)$$

به‌عبارت‌دیگر ضرایب بدون تورش رابطه تعادلی پایدار بلندمدت عبارت خواهند بود از:

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} \quad و \quad \beta = \frac{\gamma_0 \gamma_1}{1-\alpha_1} \qquad (۴)$$

شرط آنکه الگوی پویای کوتاه‌مدت (۱) به‌سمت الگوی بلندمدت میل کند آن است که الزاماً $\alpha_1 < 1$ باشد.

الگوی (۱) را می‌توان با انجام یک عملیات جبری مختصر به‌صورت زیر نیز نوشت:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \lambda_1 \Delta x_t + \lambda_2 \Delta y_t + \nu_t \qquad (۵)$$

که در آن رابطه‌های زیر برقرار است:

$$\lambda_1 = \frac{-\gamma_1}{1-\alpha_1} \quad و \quad \lambda_2 = \frac{-\alpha_1}{1-\alpha_1} \quad و \quad \nu_t = \frac{u_t}{1-\alpha_1} \qquad (۶)$$

و

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} \quad و \quad \beta = \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{1-\alpha_1}$$

ضرایب α و β که به‌این‌ترتیب از رابطه (۵) حاصل می‌شود، ضرایب بدون تورش رابطه تعادلی پایدار بلندمدت هستند. درواقع وجود Δx_t و Δy_t در رابطه (۵) سبب می‌شود تا کمیت برآورد شده α و β تغییر کرده و به‌این‌ترتیب ضرایب بدون تورشی برای رابطه تعادلی بلندمدت حاصل شود. دلیل این امر آن است که به‌علت نبود تمایز در مقادیر متغیرهای بین زمان t و $t-1$ در شرایط تعادل پایدار بلندمدت، متغیرهای Δx_t و Δy_t در رابطه (۵) برابر صفر خواهند بود.

برای در نظر گرفتن شکل کامل‌تری از تأثیرات متقابل پویای دو متغیر x و y، می‌توان وقفه‌های بیشتری را برای هریک از این دو متغیر در نظر گرفت. به‌این‌ترتیب الگوی توزیع وقفه‌ای خود رگرسیون (ARDL) زیر نتیجه خواهد شد.

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i y_{t-1} + \sum_{j=0}^{r} \beta_j x_{t-j} + \varepsilon_t \qquad (۷)$$

باتوجه‌به اینکه الگوی توزیع وقفه‌ای خودرگرسیون رابطه فوق دارای P وقفه برای متغیر وابسته y و r وقفه برای متغیر توضیح‌دهنده x است و تنها یک متغیر توضیح‌دهنده دارد، آن را به‌صورت ARDL$(p, r; 1)$ می‌نویسند. در حالت کلی، یک الگوی توزیع وقفه‌ای خود رگرسیون (ARDL) که دارای K متغیر توضیح‌دهنده است، با P وقفه برای متغیر وابسته y و r وقفه برای متغیرهای توضیح‌دهنده x_i، $i = 1,2,\ldots,k$، یعنی الگوی ARDL$(p, r; k)$، به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=0}^{r} \beta_{ij} x_{i,t-j} + \varepsilon_t \qquad (۸)$$

فرض بر این است که $\{\varepsilon_t\}$ از یک فرایند نوفه سفید تبعیت می‌کند و درنتیجه خواص مطلوب کلاسیکی را دارا است.

هر یک از ضرایب بلندمدت بدون تورش مربوطه به

Encyclopedia of Economics
enceco.ihcs.ac.ir

متغیرهای توضیح دهنده الگوی (۸) را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد.

$$\hat{\beta}_i = \frac{\sum_{j=0}^{r}\hat{\beta}_{ij}}{1-\sum_{i=1}^{p}\hat{\alpha}_i} \quad و \quad i=1,2,\ldots,k \qquad (۹)$$

انحراف معیار ضریب $\hat{\beta}_i$ با استفاده از الگاریتم‌های تعبیه شده در نرم‌افزار های آماری نظیر EViews، STATA و Microfit محاسبه می‌شود. درنتیجه می‌توان از آماره آزمون t برای انجام آزمون فرضیه در مورد ضرایب بلندمدت الگو بهره جست. ایندر (۱۹۹۳) نشان می‌دهد که آماره‌های t از این نوع، دارای توزیع معمول نرمال حدی هستند و آزمون t براساس کمیت‌های بحرانی توزیع t از توان خوبی برخوردار است. لذا می‌توان به کمک آن معنی دارای رابطه بلندمدت برآورد شده را تعیین نمود.

الگوی ARDL یکی از عمده‌ترین ابزارها در دست محققان اقتصادی برای برآورد رگرسیون‌های تک معادله‌ای پویا است و به‌دلیل آنکه به‌عنوان مبنایی برای آزمون همجمعی و وجود یک رابطه تعادلی بلندمدت بین متغیرهای الگو مورد استفاده قرار می‌گیرد، از شهرت زیادی برخوردار گشته است.

الگوی تصحیح خطا

چارچوب الگوی تصحیح خطا به‌گونه‌ای است که نوسانات کوتاه‌مدت متغیرهای دخیل در یک معادله رگرسیونی را به مقادیر تعادلی بلندمدت آنها ارتباط می‌دهد. وقتی که دو متغیر x_t و y_t جمعی از مرتبه یک و همجمع هستند، یک رابطه تعادلی بلندمدت بین آنها برقرار است. البته ممکن است به‌دلیل تکانه‌های وارده در کوتاه‌مدت، عدم تعادل‌هایی وجود داشته باشد. دراین صورت می‌توان جمله خطای یک رابطه تعادلی نظیر رابطه زیر را به‌عنوان خطای مربوط به عدم تعادل و یا انحراف از تعادل تلقی کرد.

$$y_t = \beta x_t + u_t \quad \rightarrow \quad u_t = y_t - \beta x_t \qquad (۱۰)$$

اکنون می‌توان خطای عدم تعادل u_t را برای پیوند دادن رفتار کوتاه‌مدت y_t به مقدار تعادلی بلندمدت آن مورد استفاده قرار داد و الگوی زیر را تصریح کرد.

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta x_t + \gamma u_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (۱۱)$$

که در آن u_{t-1} جمله خطای مربوط به عدم تعادل در رابطه (۱۰) با یک وقفه زمانی است. یک چنین الگویی که در آن تغییرات در y_t به انحراف از تعادل دوره قبل ارتباط داده می‌شود، الگوی تصحیح خطا (ECM) نامیده می‌شود.

وقتی x_t و y_t در رابطه (۱۰) هر دو جمعی از مرتبه یک و همجمع باشند، u_t این رابطه، جمعی از مرتبه صفر و درنتیجه پایا خواهد بود. ازسوی‌دیگر Δx_t و Δy_t نیز جمعی از مرتبه صفر و پایا هستند. درنتیجه متغیرهای دخیل در الگوی ECM رابطه (۱۱) همگی جمعی از مرتبه صفر و پایا هستند. لذا می‌توان ضرایب این الگو را بدون هراس از به‌دست آوردن یک رگرسیون کاذب به روش OLS برآورد کرد و از آماره‌های t و F در آزمون الگو بهره جست.

تصریح و برآورد یک الگوی تصحیح خطا براساس آنچه بیان شد، مبتنی‌بر یک استراتژی الگوسازی دو مرحله‌ای است. به این صورت که در مرحله نخست به تصریح و برآورد الگوی ARDL پرداخته، پس از اطمینان یافتن از وجود یک رابطه تعادلی بلندمدت بین متغیرهای الگو، نسبت به استخراج این الگو اقدام می‌کنیم. در مرحله دوم، خطای رابطه تعادلی بلندمدت، که همان خطای عدم تعادل الگوی ایستای بلندمدت است را به‌دست آورده و به‌عنوان جمله تصحیح خطا (ECT) در تصریح و برآورد الگوی تصحیح خطا مورد استفاده قرار می‌دهیم. ضریب مربوط به متغیر خطای عدم تعادل دوره قبل (ECT_{t-1}) که در الگوی تصحیح خطا لحاظ شده است، سرعت تعدیل به‌سمت تعادل را نشان می‌دهد. انتظار می‌رود علامت این ضریب منفی بوده و کمیت آن کوچک‌تر از صفر و بزرگ‌تر از ۲- باشد (Kirchgässner et al., 2013). اگر $-1<\gamma<0$ باشد، حرکت از حالت عدم تعادل به‌سوی تعادل به‌صورت یک جهتی انجام می‌شود. در مواردی که $-2<\gamma<-1$ رفتن به‌سوی تعادل در طول زمان به صورت زیگزاگی انجام می‌گیرد که منتج از اقدام فراواکنش عوامل اقتصادی به خطای عدم تعادل است.

قضیه نمایش گرینجر (۱۹۹۶) چنین بیان می‌کند که هر رابطه همجمعی می‌تواند در قالب یک الگوی تصحیح خطا

Encyclopedia of Economics
enceco.ihcs.ac.ir

نمایش داده شـــود. درنتیجه می‌توان وجود یک رابطه تعادلی بلندمدت را به کمک الگوی تصحیح خطا مورد آزمون قرار داده و رابطه تعادلی بلندمدت را اســـتخراج کرد. حســـن الگوی تصحیح خطا آن است که برای اطلاعات نهفته در دل داده‌های آماری و اطلاعات ملحوظ در نظریه‌های اقتصادی، وزن متعادلی را قائل اســـت. درنتیجه رابطه تعادلی به‌دســـت آمده ازیک‌ســـو مورد تأیید نظریه اقتصادی و از سوی‌دیگر مورد تأیید داده‌های آماری اســـت. همین ویژگی جذاب اســـت که موجب شـــهرت فزاینده الگوهای تصـــحیح خطا در کارهای تجربی شـــده اســـت. هایلبرگ و مایزون (۱۹۸۹) براین اعتقادند که الگوی تصـــحیح خطا، چارچوب بی‌نظیری را فراهم می‌آورد تا بتوان اطلاعات موجود در داده های آماری و اطلاعات مربوط به نظریه های اقتصادی را در کنارهم به صورت یکجا در نظر گرفت و به یک رابطه تعادلی بلندمدت دســـت یافت. نکته جالبی که در مورد الگوهای تصحیح خطا وجود دارد آن است که به هنگام وجود همجمعی دربین مجموعه‌ای از متغیر های اقتصـــادی، الگوی تصحیح خطا دقیقا با الگوی ARDL معادل است.

کتاب‌شناسی

Inder, B. (1993). Estimating Long-Run Relationships in Economics. *Journal of Econometrics*, *57*(1-3), 53 - 68. https://doi.org/10.1016/0304-4076(93)90058-d

Hylleberg, S., and Mizon, G. E. (1989). Cointegration and Error Correction Mechanisms. T*he Economic Journal*, *99*(395), 113 - 125. https://doi.org/10.2307/2234074

Kirchgässner, G., Wolters, J., and Hassler, U. (2013). *Introduction to Modern Time Series Analysis* (2rd ed.). Springer.

محمد نوفرستی

دانشکده اقتصاد دانشگاه شهید بهشتی

Encyclopedia of Economics

enceco.ihcs.ac.ir